

福建中學
中四級 上學期統測(2021-2022)
數學科 必修部分
(1 小時 15 分鐘)

日期：二零二一年十一月九日

姓名：_____

時間：上午八時三十分至上午九時四十五分

班別：_____ 班號：_____

考生須知

1. 本試卷分二部份，即解答題目和附加題。解答題目分甲部、乙部及附加題，甲部佔 49 分，乙部佔 17 分，多項選擇題佔 12 分及附加題佔 5 分。
2. 本卷滿分為 78 分。
3. 本試卷解答題目和多項選擇題的各題均須作答，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。
4. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
5. 除特別指明外，所有數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
6. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

解答題目

甲部 (49 分)

1. 化簡 $\frac{ab^7}{(a^3b^{-4})^{-2}}$ ，並以正指數表示答案。 (3 分)

2. 設 x 、 y 及 z 均為非零的數使得 $x:y = 3:4$ 及 $y = 5z$ 。求 $\frac{2x+3y}{2y-z}$ 。(3 分)

3. 把 $1.\dot{3}\dot{6}$ 化成分數。(3 分)

4. 已知二次方程 $7x^2 + 6x + a = 2$ 有實根。若 a 是正整數， a 有多少個可能值？試解釋你的答案。(3 分)

5. 用任何一種代數方法解下列各二次方程。

(如有需要，答案以根號「 $\sqrt{\quad}$ 」表示。)

(10 分)

(a) $x^2 + 9x = 0$

(b) $49 - 4x^2 = 0$

(c) $3x^2 - x - 7 = 0$

(d) $(x - 3)(2x - 1) = -2$

6. 已知 $f(x) = x^2 + 2kx - 3$ 和 $f(-1) = 6$ ，其中 k 是常數。

(a) 求 k 的值。

(b) 求 b 的值，使 $f(b) = -19$ 。

(4 分)

7. 設 $z = \frac{k+3i}{2-i}$ ，其中 k 是實數。

(a) 試以 $a+bi$ 的形式表示 z 。

(b) 若 z 的實部和虛部相等，求 k 的值。

(5 分)

8. 若 α 和 β 是二次方程 $x^2 + 5x + 2 = 0$ 的兩個相異實根，其中 $\alpha > \beta$ 。

(a) 求 $\alpha\beta$ 和 $\alpha^2 + \beta^2$ 的值。

(b) 試建立以 x 為未知數而兩根為 α^2 和 β^2 的二次方程。

(6 分)

(b) 設 $h(x) = f(x) - g(x)$ ，其中 $g(x) = x^3 + x^2 - 5x - 3$ 。解 $h(x) = 0$ ，答案以根號「 $\sqrt{\quad}$ 」表示。

(6 分)

[illegible]

A Cartesian coordinate system showing a parabola opening upwards. The vertex of the parabola is labeled $Q(c, 0)$ and lies on the positive x-axis. The y-intercept is labeled P and lies on the positive y-axis. The origin is labeled O . The equation of the parabola is given as $y = ax^2 + bx + c$.

(6 分)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

乙部中，每題只選擇作答(X)或(Y)部，切勿同時作答兩部。若在同一題兩部均有作答，只有(X)部可獲評分。

- (a) 證明該圖像與 x 軸相交於兩個相異點。

- (b) 假設該圖像與 x 軸相交於 P 和 Q 。若 PQ 的中點位於直線 $L: kx - y - 4k + 3 = 0$ 上，求 PQ 的中點的可能坐標。

(8 分)

- (Y) 考慮 $y = 2x^2 - (2k + 6)x + 3k$ 的圖像。

- (a) 證明該圖像與 x 軸相交於兩個相異點。

- (b) 假設該圖像與 x 軸相交於 P 和 Q 。試以 k 表示 PQ 的中點坐標。

(4 分)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

-
- This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

多項選擇題 (12 分)

把每題最佳的答案填寫在下列的方格內。

1	2	3	4	5	6

1. 圖 2 中所示為 $y = -x^2 + 3x - m + 1$ 的圖像。求 m 的取值範圍。

- A. $m < 1$
- B. $m > 1$
- C. $m < \frac{13}{4}$
- D. $m > \frac{13}{4}$

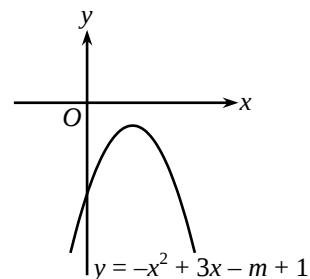
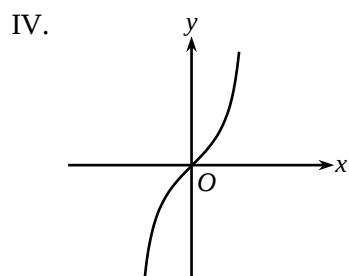
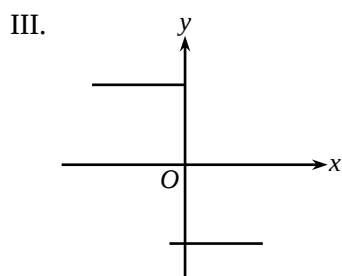
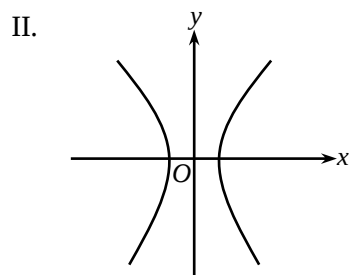
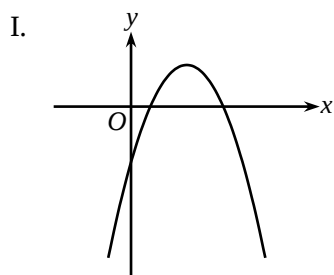


圖 2

2. 下列何者可表示 y 是 x 的函數？



- A. 只有 IV
- B. 只有 I 及 II
- C. 只有 I 及 IV
- D. 只有 I、III 及 IV

3. 下列何者是函數 $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ 的定義域？

- A. 所有實數
- B. 除了 $\frac{1}{2}$ 以外的所有實數
- C. 除了 1 以外的所有實數
- D. 大於 $-\frac{1}{2}$ 的所有實數

4. 若 $k > 2$ ，求方程 $x^2 - 4x + 2k = 0$ 的實根的數目。

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

5. α 和 β 是方程 $x^2 - kx + 2k - 1 = 0$ 的兩根。若 $\alpha^3 + \beta^3 = k^3 - 3$ ，則 $k =$

- A. $-\frac{1}{2}$ 。
- B. 1。
- C. $-\frac{1}{2}$ or 1。
- D. $\frac{1}{2}$ or -1。

6. 若 $\alpha \neq \beta$ 及 $\begin{cases} \alpha^2 - 7\alpha - 3 = 0 \\ \beta^2 - 7\beta - 3 = 0 \end{cases}$ ，則 $\frac{1}{\beta} + \frac{1}{\alpha} =$

- A. $-\frac{7}{3}$ 。
- B. $-\frac{3}{7}$ 。
- C. $\frac{3}{7}$ 。
- D. $\frac{7}{3}$ 。

1. 設 $x = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 。

(i) $1 - x + x^2$

(ii) x^3

(i) 證明 h 是一個實數。

(ii) 若 h 不能超過 4，求 k 的最大值。

-試卷完-