

福建中學
中五級 學年考試 (2020-2021)
數學 必修部分 卷一
(兩小時十五分鐘)

日期：二零二一年六月十一日

姓名：_____

時間：上午八時三十分至上午十時四十五分

班別：_____ 班號：_____

考生須知：

1. 本試卷分三部份，即甲部(1)、甲部(2)和乙部。
2. 全卷滿分105分
3. 本試卷各題均須作答。答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。
4. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
5. 除特別指明外，所有數值答案須用真確值或準確至三位有效數字的近似值表示。
6. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

甲部 (1) (35 分)

1. 化簡 $\frac{(x^{-2}y^3)^3}{(x^{-4}y^2)^{-2}}$ ，並以正指數表示答案。

(3分)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

- ## 2. 因式分解

- (a) $x^2 - 5xy + 6y^2$,
(b) $x^2 - 5xy + 6y^2 + 13x - 39y$.

(3 分)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

3. 考慮公式 $\frac{3a-2}{a+2b} = 2$ 。

(a) 令 b 成為上述公式的主項。

(b) 若 a 的值減少 8，寫出 b 的值的改變。

(3 分)

4. 小晴和小卓擁有書本的總數為 84。若小晴從書店購買 12 本書，她擁有書的數目將為小卓擁有的 3 倍。求小卓擁有書本的數目。

(4 分)

5. 某字典的成本為 \$50。若該字典以其標價九折售出，則盈利百分率為 44%。求該字典的標價。
(3 分)

6. (a) 解不等式 $\frac{5x+46}{3} \leq 2(3x-1)$ 。

(b) 求同時滿足 $\frac{5x+46}{3} \leq 2(3x-1)$ 及 $32-4x > 0$ 的所有整數。

(4 分)

7. 一條長 100 cm 的鐵線屈成一個長度為 x cm 的長方形。

(a) 若該長方形的面積為 $A \text{ cm}^2$ ，以 x 表 A 。

(b) 美玲宣稱該長方形的面積可以大於 650 cm^2 。你是否同意？試解釋你的答案。

(5 分)

8. 某等差數列的第 6 項及第 14 項分別為 27 及 -5 。若該數列的首 m 項之和是 -330 ，求 m 。

(5 分)

9. 點 A 及點 B 的坐標分別為 $(3, -6)$ 及 $(-2, 5)$ 。 A' 為 A 對 y 軸的反射影像。 B 繞原點 O 逆時針方向旋轉 270° 至 B' 。
- (a) 寫出 A' 及 B' 的坐標。
- (b) 設 P 為直角坐標平面上的一動點使得它與 A' 保持固定距離。若 P 的軌跡通過 B' ，求其方程。
- (5 分)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

甲部 (2) (35 分)

10. 一體積是 $V \text{ cm}^3$ 的長方體形容器的生產成本為 $\$C$ 。已知 C 的一部分為常數，而另一部分隨 $\sqrt{V}$ 正變。當 $V=2500$ 時， $C=31$ ；又當 $V=3600$ 時， $C=36$ 。

- (a) 求體積是 2025 cm^3 的該款容器 A 的生產成本。 (4 分)
- (b) 容器 B 與 (a) 所描述的容器 A 相似。若容器 B 的表面面積為容器 A 的 2.56 倍，求容器 B 的生產成本，答案須準確至最接近的元。 (3 分)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

11. 設 $f(x) = x(x-4)^2 + ax + b$ ，其中 a 及 b 均為常數。已知 $x-3$ 為 $f(x)$ 的因式。當 $f(x)$ 除以 $x-1$ 時，餘數為 2。

(a) 求 a 及 b 。

(3 分)

(b) 某人宣稱方程 $f(x) = 0$ 有至少一個無理根。你是否同意？試解釋你的答案。

(3 分)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

13. CP 為 $\triangle ABC$ 於 AB 的中線，其中 A 為 y 軸上的一點。已知 C 的坐標為 $(c, 2)$ ，而 AB 及 CP 的方程分別為 $x + y - 6 = 0$ 及 $5x - 3y + 66 = 0$ 。
- (a) 求 A 及 B 的坐標。 (3 分)
- (b) 求 c 的值。由此，求 BC 的方程。 (2 分)
- (c) Q 是 AC 上的一點使得 $\triangle PAQ$ 的面積為 36。設 $AQ : QC = r : 1$ 。求 r 的值。 (3 分)

14. 一底半徑為 96 cm 及高為 180 cm 的倒置直立圓錐體器皿被鉛垂放置，該器皿內有體積為 $8640\pi\text{ cm}^3$ 的水。
- (a) 求該器皿內水的深度。 (3 分)
- (b) 現有 195 個半徑為 12 cm 且載滿了水的半球體容器。若將該些容器內的水倒入器皿內且水不會溢出，有人聲稱該器皿被浸濕的曲面面積增加了至少 $30\,000\text{ cm}^2$ 。你是否同意？試解釋你的答案。 (5 分)

16. 設 $f(x) = -3(x-2)^2 + 5$ 。把 $y = f(x)$ 的圖像對 x 軸作反射，然後向左平移 k 單位（其中 $k > 0$ ），得出 $y = g(x)$ 的圖像。已知 $y = g(x)$ 的圖像的 y 截距為 7。
- (a) 求 k 。 (3 分)
- (b) 把 $y = g(x)$ 的圖像向右平移 5 單位，然後向上平移 10 單位，得出 $y = h(x)$ 的圖像。
 $y = h(x)$ 的圖像是否與 $y = f(x)$ 的圖像相交？試解釋你的答案。 (2 分)

[illegible]

- 17 (a) 圖 3 中，直線 L_1 的方程為 $2x + 3y = 270$ 及直線 L_2 的 x 截距為 120。 L_1 與 L_2 相交於點 $(60, 50)$ 。陰影區域（包括邊界在內）表示某不等式組的解。寫出該不等式組。

(2 分)

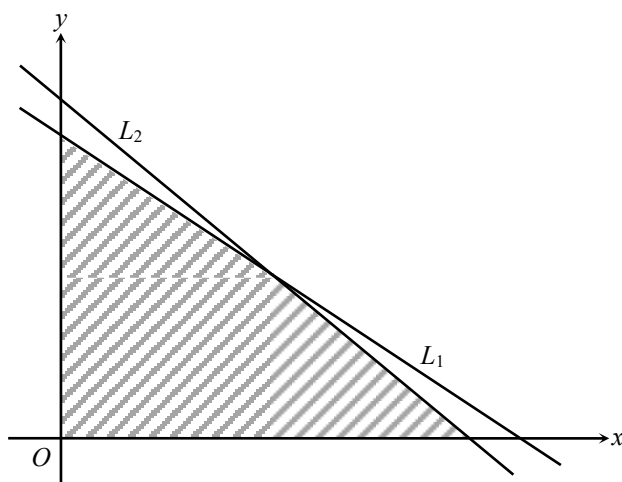


圖 3

- (b) 某工廠生產 X 及 Y 兩款櫥櫃。每個 X 櫥櫃需 5 工時裝嵌及 2 工時包裝，而每個 Y 櫥櫃需 6 工時裝嵌及 3 工時包裝。在某月，該工廠有 600 工時可作裝嵌及 270 工時可作包裝。生產一個 X 櫥櫃及一個 Y 櫥櫃的利潤分別為 \$540 及 \$650。假設該月售出 x 張 X 款櫥櫃及 y 張 Y 款櫥櫃。

- (i) 寫出所有關於 x 和 y 的約束條件。

- (ii) 求售出所有在該月生產的櫥櫃的最大利潤。

(3 分)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

19. $\triangle ABC$ 為一等腰三角形，其中 $AB = BC$ 。已知 A 及 C 的坐標分別為 $(-3, -1)$ 及 $(7, -1)$ ， B 的 y 坐標為正值，及 $\triangle ABC$ 的面積為 25。
- (a) (i) 求 B 的坐標。由此，求 AB 的垂直平分線的方程。
- (ii) 求 $\triangle ABC$ 的外心的坐標。 (7 分)
- (b) 設 S 為一通過 A 、 B 及 C 的圓。
- (i) 求 S 的方程。
- (ii) 某人宣稱 S 的面積小於 $\triangle ABC$ 的內切圓的面積的四倍。你是否同意？試解釋你的答案。 (4 分)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

全卷完