

福建中學
中五級 學年考試 (2020-2021)
數學 延伸部分 單元二
(兩小時三十分鐘)

日期：二零二一年六月二十二日
時間：上午八時三十分至上午十一時

姓名：_____
班別：_____ 班號：_____

考生須知：

1. 本試卷分兩部，即甲部和乙部。
2. 本卷所有題目必須作答。
3. 答案必須寫在空位上。
4. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
5. 除特別指明外，數值答案必須用真確值表示。
6. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

參考公式

$\sin (A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$	$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$
$\cos (A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$	$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$
$\tan (A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$	$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$
$2 \sin A \cos B = \sin (A+B) + \sin (A-B)$	$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$
$2 \cos A \cos B = \cos (A+B) + \cos (A-B)$	
$2 \sin A \sin B = \cos (A-B) - \cos (A+B)$	

甲部 (50 分)

1. 從基本原理求 $\frac{d}{dx} \tan 5x$ 。

(5 分)

(a) 求 n 的值。

(5 分)

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features multiple sets of horizontal lines designed to guide young learners' handwriting. Each set consists of three lines: a top dashed line, a middle solid line, and a bottom dashed line. These sets are repeated vertically down the entire page, providing ample space for practicing letter formation and alignment. The paper is otherwise completely blank, with no margins, text, or other markings.

(b) 考慮曲線 $\Gamma: y = \sqrt{x} \ln x$ ，其中 $1 \leq x \leq 4$ 。設 R 為 Γ 、 x 軸、直線 $x = 1$ 及 $x = 4$ 圍成的區域。

(ii) 求 R 繞 x 軸旋轉所得旋轉體的體積。

(7 分)

[illegible]

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(3k-2)(3k+1)} = \frac{n}{3n+1} \circ$$

(6 分)

[illegible]

[illegible]

$$(E) : \begin{cases} x+2y+hz=k \\ 2x-3y+z=12 \\ 4x+y-z=2 \end{cases}, \text{ 其中 } h, k \in \mathbb{R}.$$

- (a) 假設 (E) 有唯一解。
- (i) 求 h 值的範圍。
- (ii) 試以 h 和 k 表示 z 。
- (b) 假設 (E) 有無限多個解。解 (E)。

(6 分)

[illegible]

This image shows a full page of handwriting practice paper. It features multiple rows of horizontal guidelines. Each row consists of three lines: two dashed outer lines and a solid middle line, providing a structured space for practicing letter formation and alignment. The pattern repeats down the entire page.

- (9 分)

[illegible]

- (a) 求 G 的漸近線。 (3 分)
- (b) 求 $f'(x)$ 。 (1 分)
- (c) 求 G 的極大點及極小點。 (4 分)
- (d) 設 R 為 G 、 x 軸、 y 軸及通過 G 的極小點的鉛垂線圍成的區域。求 R 繞 x 軸旋轉所得的旋轉體的體積。 (4 分)

This image shows a full page of handwriting practice paper. It features multiple sets of three horizontal lines each, consisting of two solid outer lines and a dashed middle line. These sets are repeated down the entire page to provide a guide for letter height and placement. The paper is otherwise blank, with no text or other markings.

[illegible]

10. (a) 證明 $\frac{1+\sin 2t}{1+\cos 2t} = \frac{1}{2} \sec^2 t + \tan t$ 。 (2 分)

(b) 設 $f(x)$ 為一個可微函數和 $f'(x)$ 為 $f(x)$ 對 x 的一階導數。

證明 $\int e^x[f(x) + f'(x)] dx = e^x f(x) + C$ ，其中 C 為任意常數。 (2 分)

(c) 利用 (a) 部和 (b) 部，計算 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^x(1+\sin x)}{1+\cos x} dx$ 。

(d) 計算 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos x}{e^x(1 + \sin x)} dx$ 。

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]