

福建中學
中四級 學年考試 (2020-2021)
數學科 必修部分 試卷一
(兩小時)

日期：二零二一年六月十六日

姓名：_____

時間：上午八時三十分至上午十時三十分

班別：_____ 班號：_____

考生須知

1. 本試卷分三部份，即甲部(1)、甲部(2)及乙部。甲部(1)佔 40 分，甲部(2)佔 35 分，乙部佔 25 分。
2. 本卷滿分為 100 分。
3. 本試卷各題目均須作答，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。
4. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
5. 除特別指明外，所有數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
6. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

甲部(1) (40 分)

1. 化簡 $\frac{(xy^2)^2}{x^{-7}y^6}$ ，並以正指數表示答案。

(3 分)

2. (a) 將 202.1495 捨入至二位有效數字。
(b) 將 202.1495 下捨入至二位小數。
(c) 將 202.1495 上捨入至最接近的千位。

(3 分)

3. 因式分解

(a) $4a - 4 - a^2$

(b) $2b - ab + 4a - 4 - a^2$

(3 分)

4. 令 m 成為公式 $\frac{p+4m}{3-p} = 2m$ 的主項。

(3 分)

5. 在某極坐標系中，點 P 及點 Q 的極坐標分別為 $(5, 52^\circ)$ 及 $(10, 112^\circ)$ 。

- (a) 設 O 為極點。某人宣稱 OP 垂直於 PQ 。你是否同意？試解釋你的答案。
(b) 求 PQ 。

(4 分)

6. 一筆 \$424 的款項先分為兩部分，其後志偉及偉健再將該兩部分以不同的比攤分，第一部分的比為 7:2，而第二部分的比為 1:2。若他們所得的總金額相同，求第二部分的金額。

(4 分)

7. 若 $y = 4x^2 - 12x + (k - 1)$ 的圖像與 x 軸相交於兩點，
- (a) 求 k 的取值範圍；
- (b) 當 k 取 (a) 中的最大整數值時，求該圖像的 x 截距。

(4 分)

(4 分)

(4 分)

10. 設 $f(x) = 2x^2 - 13x + k$ ，其中 k 為一常數。已知 $x - 5$ 為 $f(x)$ 的因式。求 $f(x)$ 除以 $2x + 5$ 時所得的餘數。

(4 分)

11. (a) 化簡 $\frac{\cos(90^\circ + x)\sin(270^\circ + x)}{\sin(180^\circ - x)}$ 。

- (b) 由此，解方程 $\frac{\cos(90^\circ + x)\sin(270^\circ + x)}{\sin(180^\circ - x)} = \frac{2}{3}$ ，其中 $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ 。

(答案須準確至一位小數。)

(4 分)

甲部(2) (35 分)

12. (a) 設 $f(x) = -x^2 + 24x$ 。利用配方法，求 $y = f(x)$ 的圖像頂點的坐標。
- (2 分)
- (b) 銘然把一個長 24m 的圍欄分成兩部分。如圖 1 所示，他用其中一部分把一塊形狀為等邊三角形的小農田圍起來，而用另一部分長 d m 的圍欄把該農田分為兩等份。已知該農田的面積為 $A \text{ m}^2$ 。
- (i) 試以 d 表示 A 。
- (ii) 銘然聲稱該農地的面積不可能大於 25 m^2 。你是否同意？試解釋你的答案。
- (4 分)

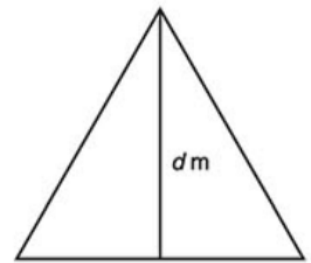


圖 1

13. 設 $f(x) = (x+m)(x+n)(3x-1)+2$ ，其中 m 和 n 均為正整數，且 $m > n$ 。當 $f(x)$ 除以 $x-1$ 時，餘數是 14。

- (a) (i) 證明 $(m+1)(n+1)=6$ 。
(ii) 寫出 m 和 n 的值。

(4 分)

- (b) 設 $g(x) = k(x^2 + x + 2)$ ，其中 k 為非零常數。已知 $f(x) - g(x)$ 可被 $x + 1$ 整除。

- (i) 求 k 的值。

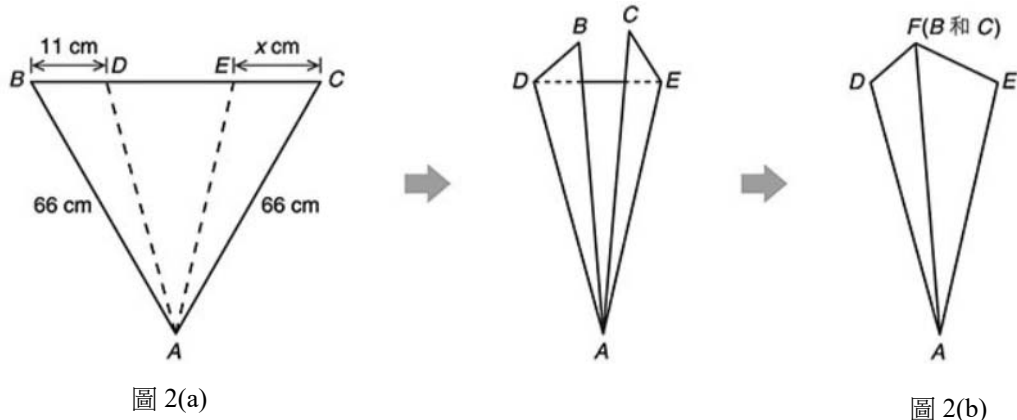
- (ii) 永華宣稱方程 $f(x)-g(x)=0$ 只有一個實根。你是否同意？試解釋你的答案。

(5 分)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

[illegible]

15. 圖 2(a) 所示為一張邊長 66cm 的等邊三角形紙卡 ABC 。 D 和 E 是 BC 上的點，使 $BD=11\text{cm}$ 及 $EC=x\text{cm}$ 。把紙卡 ABC 分別沿 AD 和 AE 對摺，使兩邊 AC 和 AB 重合，形成圖 2(b) 中的四邊形 $ADFE$ 。(即 A 、 D 、 E 和 F 在同一水平面上。)



參看圖 2(b)

- (a) (i) 求 $\angle DFE$ 。
(ii) 由此，求 x 的值。

(4 分)

- (b) 求四邊形 $ADFE$ 的面積，答案須準確至三位有效數字。

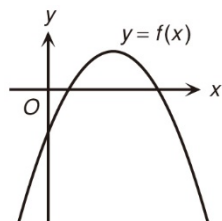
(3 分)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

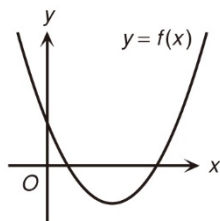
18X. 考慮函數 $f(x) = A(x-7)(x+2) + B(x+1) + 4$ ，其中 A 和 B 是常數。已知 $f(7) = 12$ 及 $f(-1) = -4$ 。

(a) 求 A 和 B 的值。 (2 分)

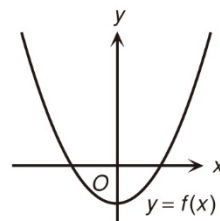
(b) 下圖所示為三位同學所描繪的 $y = f(x)$ 的圖像。老師指三幅圖像皆不正確。試解釋各圖像為何不正確。



圖像 4(1)



圖像 4(2)



圖像 4(3)

(6 分)

(c) 設 $y = f(x)$ 的圖像的兩個 x 截距為 α 和 β 。若 $y = x^2 + bx + c$ 的圖像的兩個 x 截距為 $\alpha - 2\beta$ 和 $\beta - 2\alpha$ ，求 b 和 c 的值。

(3 分)

18Y. 圖 5 所示為 $y = 2x^2 - 3x - 9$ 的圖像。它與 y 軸相交於 P ，而 Q 是它的頂點。求 $\triangle OPQ$ 的面積。

(5 分)

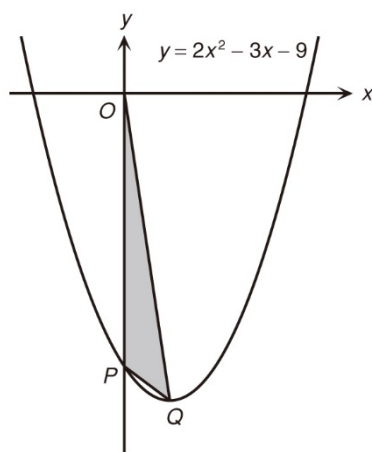


圖 5

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

- 19X. 圖 6 顯示一個形狀是四面體的幾何模型 $ABCD$ 。已知 $AD = 15 \text{ cm}$ ， $BC = 17 \text{ cm}$ ， $CD = 27 \text{ cm}$ ， $\angle ABD = 58^\circ$ ， $\angle ADB = 65^\circ$ 及 $\angle ABC = 116^\circ$ 。

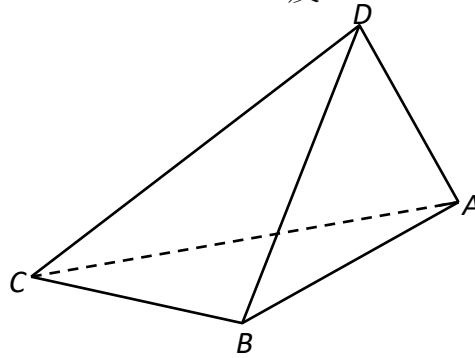


圖 6

- (a) 求 AB 和 AC 。

(4 分)

- (b) 設 K 為 AD 上的一點使得 $BK \perp AD$ 。某人宣稱 $\angle BKC$ 是面 ABD 與面 ACD 之間的交角。你是否同意？試解釋你的答案。

(4 分)

- 19Y. 在圖 7 中， $ABCD$ 為四面體，其中 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ 。已知 $BD = 9 \text{ cm}$ ， $BC = DC = 8 \text{ cm}$ 及 $\angle ACB = \angle ACD = 50^\circ$ 。求平面 ABC 與 ACD 的交角。

(4 分)

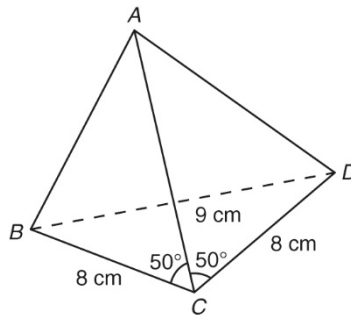


圖 7

[illegible]