

福建中學
中六級 上學期統測 (2020-2021)
數學 延伸部分 單元一
(一小時十五分鐘)

日期：二零二零年十月二十二日

姓名：_____

時間：上午十時十五分至上午十一時三十分

班別：_____ 班號：_____

考生須知：

1. 本試卷分兩部份，即甲部(22分)和乙部(25分)。
2. 所有試題均須作答。答案須寫在答題簿上。
3. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
4. 除特別指明外，所有數值答案須用真確值或四位小數表示。
5. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

甲部(22 分)

1. 某射擊遊戲中，家輝 命中目標的概率為 75%。
- (a) 若他向目標射擊 8 次，求命中目標最少 7 次的概率。
- (b) 他不斷向目標射擊直至命中目標 5 次為止。求他向目標射擊恰好 10 次的概率。
- (5 分)
2. 現有許多袋蘋果，每袋均有 100 個蘋果。設一袋蘋果內已變壞的蘋果的總體比例為 p 。
- (a) 隨機抽取一袋蘋果，內有 20 個已變壞的蘋果。求 p 的近似 90% 置信區間。
- (b) 已知這些袋內已變壞的蘋果的比例依循一平均值為 p 及標準差為 0.08 的正態分佈。志華 宣稱若抽出 500 袋蘋果組成樣本， p 的 95% 置信區間的闊度會小於 0.01。你是否同意？試解釋你的答案。
- (7 分)
3. 設 n 為一正整數。
- (a) 依 x 的升幂次序展開 $\left(2x^5 + \frac{1}{x^3}\right)^n$ 至第四項為止，答案以 n 表示。
- (b) 若 (a) 中的第四項為一常數，求 n 的值及常數項。
- (5 分)
4. 設 $y = (1-x)e^x$ 。
- (a) 求 $\frac{dy}{dx}$ 。
- (b) 由此，或用其他方法，求 $\int (1-x)e^x dx$ 。
- (5 分)

乙部(25 分)

5. 某比賽分為兩節。在第一節比賽中，每名參加者需要逐一參加兩個遊戲。若他/她勝出其中一個遊戲，便可立即進入第二節比賽。已知一名參加者在第一節比賽中勝出一個遊戲的概率為 0.7。

(a) 求一名參加者可進入第二節比賽的概率。

(2 分)

(b) 假設第一節比賽有 7 名參加者。

(i) 求恰有 6 名參加者進入第二節比賽的概率。

(ii) 求不多於 5 名參加者進入第二節比賽的概率。

(4 分)

(c) 現連同 偉恩 有 8 名參加者進入第二節比賽。第二節比賽中有 *A* 及 *B* 兩個遊戲。若 偉恩 在第一節比賽勝出第一個遊戲，他會參加遊戲 *A*，否則他會參加遊戲 *B*。其他 7 名參加者各參加遊戲 *A* 及遊戲 *B* 的概率分別為 0.65 及 0.35。

(i) 求所有參加者均參加同一個遊戲的概率。

(ii) 求恰有一半參加者參加遊戲 *A* 的概率

(iii) 已知恰有一半參加者參加遊戲 *A*，求 偉恩 在第一節比賽勝出第一個遊戲的概率。

(7 分)

6. 一下雨天某段時間內的降雨量的變率（以 mm/h 為單位）可用下式模擬：

$$P(t) = e^{-0.025t^2+2} ,$$

其中 t ($0 \leq t \leq 4$) 為自開始量度降雨量起計所經過的時數。設由該公式模擬所得的總降雨量為 Q_1 mm。

(a) (i) 利用梯形法則將區間分為 5 個子區間，估計 Q_1 。

(ii) 求 $\frac{d^2 P(t)}{dt^2}$ 。

(4 分)

(b) 明德 用下式模擬該下雨天某段時間內的降雨量的變率（以 mm/h 為單位）：

$$R(t) = \frac{36(t-1)}{t^2 - 2t + 3} ,$$

其中 t ($0 \leq t \leq 4$) 為自開始量度降雨量起計所經過的時數。設由 明德 的公式模擬所得的總降雨量為 Q_2 mm。

(i) 求 Q_2 。

(ii) 明德 宣稱 Q_1 不會較 Q_2 大 5%。你是否同意？試解釋你的答案。

(8 分)

標準正態分佈表

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998

註：本表所列數字，為標準正態曲線下由 $x = 0$ 至 $x = z$ ($z \geq 0$) 之間的面積。
 負值 z 所含的面積可利用對稱性求得。

