

(4 分)

$$\frac{1}{1! \times 3} + \frac{1}{2! \times 4} + \frac{1}{3! \times 5} + \dots + \frac{1}{n! \times (n+2)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+2)!} \quad .$$

(5 分)

[illegible]

(b) 由此，求 $(2x+1)^5\left(3-\frac{1}{2x}\right)^3$ 展開式的常數項。

(5 分)

[illegible]

- (5 分)

[illegible]

(5 分)

乙部 (10 分)

7. (a) 利用數學歸納法，證明對於所有正整數 n ，

$$1 \times 4 + 2 \times 5 + 3 \times 6 + \dots + n(n+3) = \frac{n(n+1)(n+5)}{3} \text{ ।}$$

- (b) 由此，證明 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ 。

[可以使用公式 $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ 。]

- (c) 利用 (a) 部和 (b) 部的結果，計算 $1 \times 5 + 2 \times 7 + 3 \times 9 + \dots + 20 \times 43$ 。

(10 分)

[illegible]

[illegible]