

福建中學
中四級 上學期統測 (2020-2021)
數學 延伸部分 單元一
(一小時十五分鐘)

日期：二零二十年十月二十三日

姓名：_____

時間：上午八時三十分至上午九時四十五分

班別：_____ 班號：_____

考生須知：

1. 本試卷滿分為 53 分。
2. 所有試題均須作答。答案須寫在單行紙上。
3. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
4. 除特別指明外，所有數值答案須用真確值或四位小數表示。
6. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

1. 設 $\sum_{i=1}^5 x_i = 5$, $\sum_{i=1}^5 y_i = 12$, $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 17$, $\sum_{i=1}^5 y_i^2 = 30$ 及 $\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 24$ 。計算下列各式：

(a) $\sum_{i=1}^5 (3x_i - 1)$ (b) $\sum_{i=1}^5 (2x_i + 3y_i)$ (c) $\sum_{i=1}^5 (5x_i + 4y_i)^2$

(3 分)

2. 某人存入\$10000，利率為 6%，按下列各情況，求第五年末之本利和。

(a) 複利息按每年計算

(b) 複利息按每月計算

(c) 複利息連續性

(答案準確至最接近的整數。)

(3 分)

3. (a) 化簡 $\frac{(n+1)!}{2!(n-1)!}$ 。

(b) 由此，解 $4C_2^{n+1} + C_{n-1}^n = 152$ 。

(5 分)

4. (a) 按 x 的升幂序，展開 $(2+x)^3$ 。

(b) 按 x 的升幂排列，展開 $e^x(2+x)^3$ 至 x^3 項。

(4 分)

5. 已知 $(1+kx)^7 = 1 + bx + 84x^2 + \text{較高次幂的項}$ ，其中 $k < 0$ 及 $b \neq 0$ 。求 k 和 b 的值。

(4 分)

6. 已知 n 是一個正整數。若按 x 的降幂展開 $\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^n$ 時，展開式中的第 7 項為常數，求 n 及該常數項的值。

(4 分)

7. 設 $y = ae^{bx}$ ，其中 a 及 b 為常數。

(a) 把 $\ln y$ 表示成 x 的線性函數。

(b) 已知 (a) 所得的線性函數圖像的水平軸截距及鉛垂軸截距分別為 0.77 及 -2.3，求 a 及 b 的值，答案須準確至一位小數。

(4 分)

8. 求下列方程的解。

(a) $\ln(5x+1) - \ln(5x-4) = \ln 2$ 。

(b) $e^x + 4e^{-x} = 5$ 。

(5 分)

9. (a) 依 x 的升冪次序展開 e^{-6x} 至含 x^2 的項為止。

(b) 若 $\frac{(3+kx)^6}{e^{6x}}$ 的展開式中 x^2 的係數是 486，其中 k 為一個整數，求 k 的值。

(5 分)

10. 把某種化學劑加入某溶液 t 秒後，溶液的溫度 $T(t)^\circ\text{C}$ 為 $T(t) = (t+1)^2 e^{-\lambda t} + k$ ，其中 $t \geq 0$ ， λ 及 k 為常數。已知 $T(9) = T(19)$ 。

(a) 求 λ ，答案以自然對數表示。

(b) 此外，已知 $T(5) = 50$ 。

(i) 求 k 的值。

(ii) 求加入化學劑 10 秒後溶液的溫度。

(7 分)

11. (a) 按 x 的升冪序，展開 $(1+ax)^2(1+bx)^7$ 至 x^2 項。

(b) 若(a)的展開式中， x 和 x^2 的係數分別為 $\frac{-5}{2}$ 和 $\frac{-27}{4}$ ，

(i) 求 a 和 b 的值，

(ii) 當 $b > 0$ ，求 $(1+ax)^3(1+bx)^7$ 的展開式中 x 的係數。

(9 分)

—試卷完—